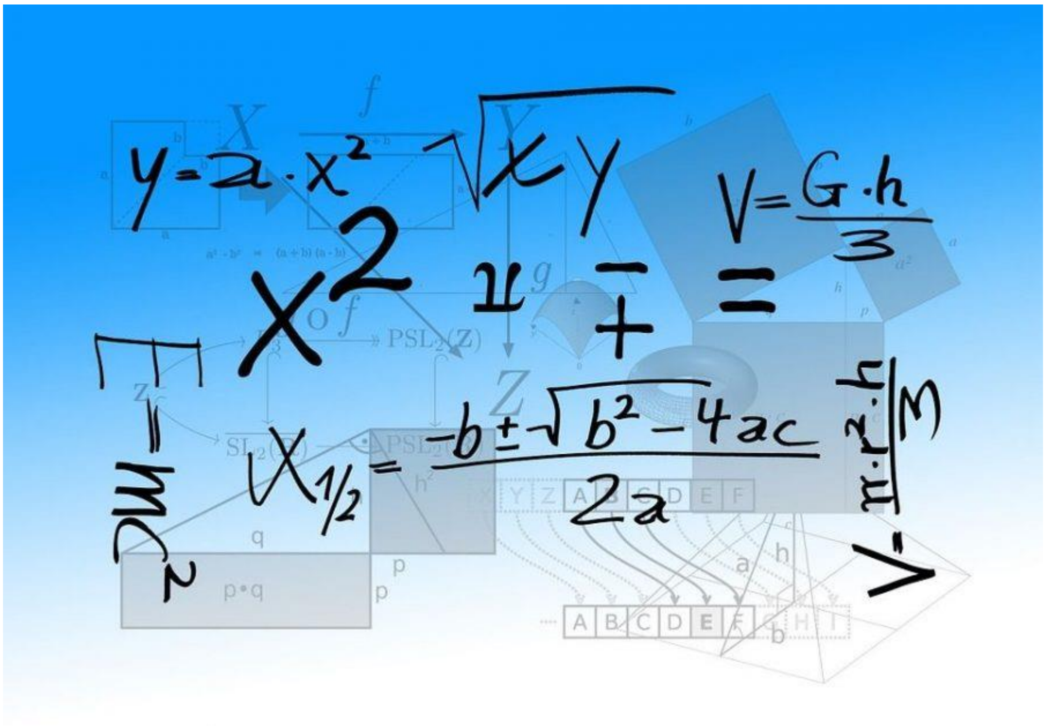
Matemáticas para predecir la propagación del coronavirus.

La epidemiología ha hecho uso de herramientas matemáticas desde finales del siglo XIX. Desde entonces la relación entre ambas ha resultado ser extremadamente fructífera



"El País", 7 de febrero 2020

Desde tiempo inmemorial la humanidad ha vivido sometida a la amenaza de las epidemias. El terror causado por la aparición inesperada de enfermedades graves, que se extienden de forma incontrolada y misteriosa entre una población indefensa ha sido descrito reiteradamente a lo largo de la historia, y ha dejado una huella imborrable en el imaginario colectivo.

Actualmente, gracias al esfuerzo de profesionales de muy distintos campos es técnicamente posible organizar una respuesta sanitaria eficaz en un breve espacio de tiempo. Una de las herramientas clave para lograr este objetivo es la modelización matemática de los procesos contagiosos y en concreto, la formulación de indicadores fiables para evaluar su evolución temporal. Este tipo de indicadores son fundamentales para valorar el desarrollo de epidemias como la del coronavirus.

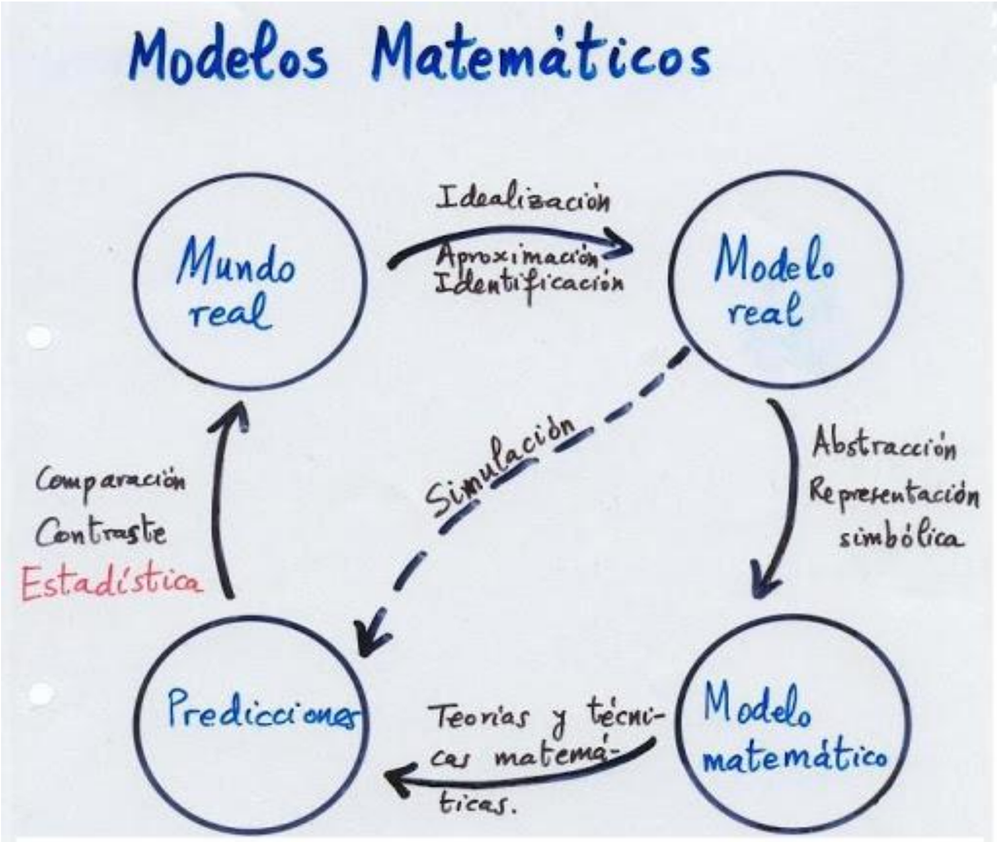
Un punto de partida para estudiar la propagación de epidemias lo constituyó el llamado modelo SIR (iniciales de Susceptibles, Infectados y Recuperados) formulado en 1927 por el médico militar Anderson Gray Mc Kendrick (1876-1943) y el químico William Ogilvy Kermack (1898- 1970). Este modelo estudia una población en la que puede desarrollarse una epidemia, dividida en tres grupos: 1) los individuos susceptibles de contraer la enfermedad, cuya población en el instante t representamos por S(t); 2) los infectados I(t) y 3) los recuperados R(t). En este último término se incluyen tanto los que superan la enfermedad como los que fallecen por su causa. Llamar recuperados a estos últimos puede ser considerado un rasgo de humor discutible, pero resulta cómodo para escribir el modelo en la forma más simple posible.

El objetivo del modelo es predecir la evolución temporal de cada una de estas poblaciones, para lo que sus autores recurrieron a un sistema de tres ecuaciones diferenciales. Cada una de ellas relaciona la cantidad existente en ese momento de miembros de cada tipo de población, de modo que el número de infectados aumenta por el contacto entre susceptibles e infectados, y disminuye al crecer el número de recuperados. El estudio de este sistema de ecuaciones permitió identificar un parámetro que ha resultado de gran ayuda para estimar la incidencia de una epidemia. Ese parámetro, que suele representarse con la notación Ro, tiene un alto valor predictivo. Por debajo de un valor crítico Ro =1, el brote se encuentra en retirada, mientras que si Ro >1, la enfermedad se está extendiendo. Ro es el número medio de casos secundarios originados por el contagio de una sola persona al comienzo de la enfermedad.

Conviene tener en cuenta que los modelos matemáticos no son suficientes por sí solos para valorar el origen y extensión de una epidemia. Necesitamos (muchos) datos fiables y un trabajo conjunto con especialistas sanitarios que, finalmente, validen los resultados que se obtienen a partir de los modelos. Como observa reiteradamente la Organización Mundial de la Salud (OMS), la recogida fiable, y el tratamiento adecuado de datos es fundamental para extraer conclusiones correctas. Entre otras cosas, son esos datos los que permiten estimar los valores que aparecen en la definición del parámetro Ro lo que a su vez permite valorar la evolución de un brote infeccioso.

Se estima que el R_0 del covid ha llegado a estar entre 2 y 4. Vamos a suponer que fuera 3, por ir por el medio. Eso significa que cada persona que contrae covid en media va a contagiar a otras tres. Y eso es muy fuerte. Sin vacuna, la única forma que tenemos de acabar con una epidemia de un R_0= 3 es conseguir que, haciendo las cuentas, el 70% de la población esté vacunada o inmunizada (es decir que ya se hayan contagiado y por lo tanto sean inmunes). Llegar a un 70% de personas que han tenido contacto con la enfermedad, sin tener una vacuna, habría supuesto un coste de vidas inaceptable.

Los datos actuales que tenemos del número de españoles que han entrado en contacto con la enfermedad son de que solo el 5% de la población ha estado en contacto con ella. Si en estos momentos, en los que no hay vacuna disponible y carecemos de inmunidad, hemos alcanzado unos valores de $R_0<1$, que hacen que la pandemia vaya retrocediendo en España, ha sido debido a la aplicación de las medidas de confinamiento.



CUESTIONES:

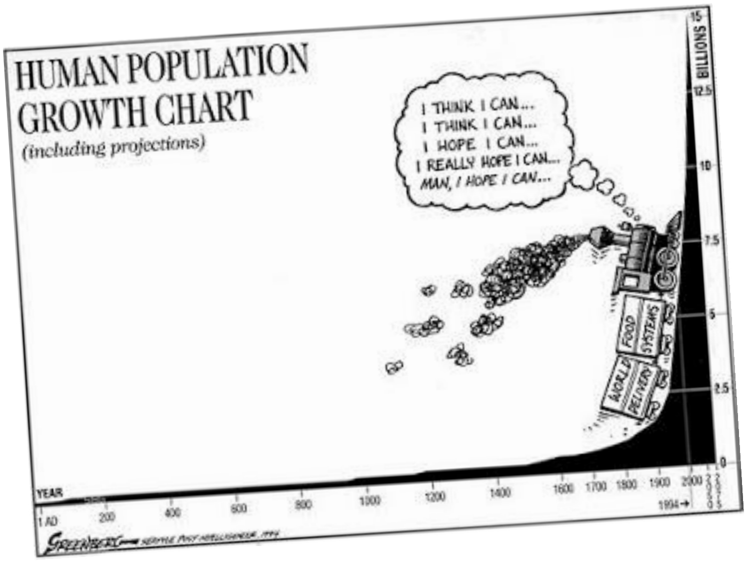
1. ¿Es nuevo el uso de herramientas matemáticas por la epidemiología?
2. ¿En qué consiste el modelo SIR, qué significan sus iniciales?
   En este modelo ¿cuál es la razón de que se incluyan a los fallecidos entre los recuperados?
   ¿Qué se pretende con este modelo, su objetivo?
   ¿Cómo se plantea matemáticamente el problema del estudio de una enfermedad?
3. ¿Qué es el parámetro R_0? Explicar su importancia. ¿De qué formas se puede hacer disminuir R_0?
4. Para llegar a conclusiones correctas en el estudio de una enfermedad, además de contar con un buen modelo matemático, ¿qué más cosas son necesarias?

Entender el crecimiento exponencial nos ayuda a entender la velocidad a la que se transmite esta pandemia.

Las matemáticas nos pueden ayudar a entender lo que significa en la evolución de una enfermedad contagiosa tener un $R_0>1$. Para ello es necesario entender el crecimiento exponencial:

• *La leyenda del tablero de ajedrez y los granos de trigo*: https://www.youtube.com/watch?v=ziWYaYjJ8zk

• También podéis usar la "*paradoja de la amistad*", que es un teorema que viene a explicar que todo el mundo tiene menos amigos que sus amigos en media. Bueno, casi todo el mundo porque están los *influencers*, que son las personas más conectadas. https://www.youtube.com/watch?v=idgg4moyX0A



CUESTIONES:

1. ¿Qué es una función lineal? ¿y una exponencial?

a) Busca la definición y la gráfica de ambas funciones.

b) En las funciones exponenciales aparece el "número e". Busca información sobre este número y contesta a las siguientes preguntas:
   - ¿Qué tipo de número es?
   - ¿Cuánto vale el número e?
   - ¿Quién fue el 1º en utilizarlo?
   - ¿Por qué se llama así?

2. Sí sabemos que el cultivo de un virus determinado duplica su población cada minuto cuánto tardará en superarse el billón de virus partiendo de una cantidad inicial de 100. Completa la siguiente tabla:

N.º virus	Tiempo (en minutos)

Llegados a este punto ya habéis oído hablar varias veces de la rapidez con la que crece un modelo matemático exponencial, vamos a ver un ejemplo aplicado a la actual pandemia para que entiendas mejor su rápido contagio y la importancia de quedarse en casa: Progresión geométrica coronavirus.mp4

Matemáticas para salir de la cuarentena del coronavirus

Según las simulaciones matemáticas, si no seguimos tomando medidas de distanciamiento social podríamos volver a una situación como la vivida durante el pasado mes de marzo

"El País", 15 de abril 2020.

La pandemia provocada por el SARS-CoV-2 se ha extendido a lo largo del planeta, afectando dolorosamente a nuestro país. De acuerdo con los datos que facilita el Ministerio de Sanidad, llevamos varios días reportando alrededor del 10% de los casos a nivel mundial, y aproximadamente el 20% a nivel europeo. ¿Cómo va a avanzar la infección en las próximas semanas? Y, ¿cuándo podremos salir de la cuarentena? **Los modelos matemáticos nos pueden ayudar a prever el futuro que nos espera en los próximos meses.**

Para estudiar la propagación de esta enfermedad se emplean, entre otros, los llamados modelos compartimentales (MC). En este tipo de modelos, la población se divide en compartimentos (infectados, sanos, etc.), e incorporan principios epidemiológicos del comportamiento poblacional de los individuos para determinar los contactos, posibles contagios y tránsitos de un compartimento a otro. El modelo SIR es uno de los MC más sencillos; divide a la población en susceptibles, infectados y recuperados.

A partir de él, y conforme se ha dispuesto de más datos de la pandemia, se han desarrollado modelos más precisos, que consideran otras subpoblaciones como por ejemplo la de los latentes, formada por individuos portadores de la enfermedad que están en su periodo de incubación, pero que son asintomáticos y podrían o no estar en condición de infectar a otros individuos. Estos son los que están produciendo todo este desbarajuste de datos que hay, porque no se sabe dónde están. A este nuevo modelo se le denomina SEIR. Si se continúa estratificando la población en más subpoblaciones es posible describir mejor la dinámica de la enfermedad y su evolución. En el caso de la Covid-19 parece que algunos de los subgrupos que deberían introducirse serían, además de las anteriores, cuarentena, hospitalizados, UCI, y desgraciadamente, la de fallecidos.

Los MC pueden afinarse más y considerar subpoblaciones estratificadas en grupos de edad. Este enfoque puede ser muy adecuado en el caso de la Covid-19, ya que parece afectar de forma muy diferente a jóvenes y a mayores. Obviamente, la estratificación genera un modelo con más transiciones entre los compartimentos, y por tanto, un mayor número de parámetros, lo que aumenta su complejidad y tratamiento teórico y computacional. Por el momento, la comunidad matemática ha elaborado diferentes modelos que han permitido realizar predicciones en las primeras etapas de la pandemia, pero se sigue trabajando en MC mejorados a medida que se van teniendo más conocimiento sobre la enfermedad.

Algunas de las **preguntas cruciales a las que los MC tratan de dar respuesta** son, por ejemplo, determinar el número de infectados en los próximos dos o tres días; o el momento en el que se llegará al máximo número de infectados (el famoso "pico" que oímos en las noticias diarias, que parece que ya se ha alcanzado), para saber cuándo empezará, aproximadamente, a descender el número de infecciosos. Los modelos matemáticos también permiten crear escenarios para anticipar la situación que viviremos en los próximos meses, con la vuelta a la vida normal. Por ejemplo, todavía no sabemos si, una vez revocada la cuarentena, podremos salir todos a la vez o escalonadamente, y qué impacto tendría una u otra decisión. Según las simulaciones realizadas mediante los MC, si no seguimos tomando medidas de distanciamiento social –durante un periodo de tiempo que todavía está por determinar- podríamos volver a una situación como la vivida durante el pasado mes de marzo. Por ello, es fundamental diseñar estrategias de vuelta a la normalidad que no propicien un repunte del número de personas infectadas. Y, con ese objetivo, las matemáticas pueden ser de gran ayuda para las autoridades sanitarias.

CUESTIONES:

1. ¿Por qué decimos que el modelo SIR es un modelo compartimental?
2. ¿Qué novedades incorpora el modelo SEIR con respecto a SIR?
3. ¿Cómo se puede llegar a modelos que cada vez describan mejor la dinámica de la enfermedad? Por otro lado ¿qué desventajas aparecerían?
4. En el caso del Covid-19, ¿qué otros parámetros sería interesante considerar en estos modelos? Explícalo.
5. Explica qué es el "pico" de una pandemia.
6. Explicar cómo ayudan estos modelos en la planificación de la "desescalada". ¿Qué consecuencias tendría no hacerlo adecuadamente?

Las matemáticas de las epidemias y de las vacunas

En el **archivo “Papel de las vacunas”** leer el artículo “*Las matemáticas de las epidemias y de las vacunas*”.

CUESTIONES:

1. Busca información sobre el R_0 del sarampión, viruela, paperas, gripe “española”. Ordena están enfermedades de mayor eficacia en el contagio a menor eficacia. ¿Alguna de estas enfermedades puede causar una pandemia? En ese caso ¿hay alguna forma de evitarlo?
2. Hacer el cálculo de la transmisión de un rumor durante un mes, en los dos casos que se citan en el texto:

   a) cada persona se lo cuenta a otra.

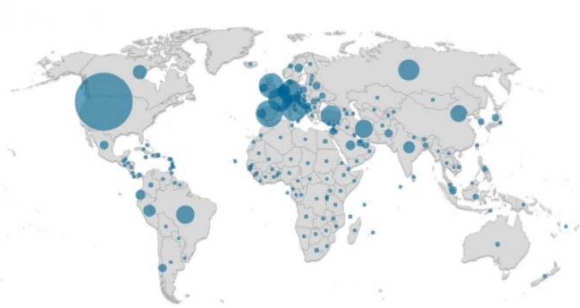
   b) cada persona se lo cuenta a dos.

   Para ello debéis tener en cuenta el tipo de sucesión, aritmética o geométrica, que se genera en cada caso y cómo se calcula la suma de los “n” primeros términos en cada caso (consultar vuestros apuntes de sucesiones y el video “Importancia de quedarse en casa”)

   c) Si en vez de la transmisión de un rumor, estuviéramos hablando de la transmisión de una enfermedad, ¿cómo llamaríamos a la razón “r”?

2. ¿Qué relación hay entre el ***número reproductivo de una enfermedad*** “R_0” y la vacunación?

3. La protección que ofrece una vacuna, ¿es siempre del 100%?



4. ¿Con qué valor de “R_0” pasa, la propagación de una infección, de exponencial a lineal?

PROBLEMA

Hemos visto que el ***número reproductivo de una enfermedad*** “**R_0**” juega un papel importante en la velocidad con que se transmite una enfermedad. Además, que podemos hacer disminuir “R_0”, es decir la velocidad de contagio aplicando **medidas de confinamiento**, que son las **únicas que podemos tomar cuando no contamos con una vacuna**.

En el momento en el que **tenemos acceso a la vacuna**, sería interesante ***saber la fracción de la población que hay que vacunar para que la transmisión sea lineal***.

Imaginar que estamos en el día 11 de marzo, fecha en la que comenzaron las medidas de aislamiento y dejamos de ir al cole:

a) En caso de que hubiéramos seguido yendo a clase, y siendo conscientes del contacto tan estrecho que mantenéis los alumnos de ESO, calcular en cuántos días todos los alumn@s de 3º ESO (4 clases, aproximadamente 128 personas) se habrían infectado de coronavirus a partir de un único enfermo asintomático, en el caso de que una persona se lo transmite a dos por día. Utilizar vuestros conocimientos de sucesiones para hallarlo. Realizar un diagrama de como seria el contagio.

Ahora, imaginaros que regresamos al cole porque ya hay una vacuna. Su coste hace inviable vacunar a l@s 128 alumn@s de 3º ESO, hay que optimizar las dosis que empleamos para reducir costes:

b) A qué porcentaje de alumn@s tendríamos que vacunar para alcanzar “*la inmunidad de grupo*”, es decir que la transmisión fuera lineal, y no exponencial, y de esa forma no se volvieran a colapsar los hospitales. Con qué presupuesto deberíamos contar, si cada vacuna cuesta 100 €.


Síntomas
Fiebre
Tos seca
Dificultad para respirar
Fatiga
Puede propagarse entre humanos
GRÁFICO
Medidas para reducir el riesgo de infección
Evitar contacto con personas contagiadas
Lavado de manos
1 metro
Distancia entre personas
Cubrirse la boca y la nariz
GRÁFICO: Carlos G. Kindelán